

חשמל גלים ואופטיקה

פרק 6 - מציאת התפלגות מטען

תוכן העניינים

1. מציאת התפלגות מטען 1

מציאת התפלגות מטען:

שאלות:

- (1) **מציאת צפיפות נפחית משטחית קווית ונקודתית**
נתונה פונקציית הפוטנציאל הבאה במרחב (בקואורדינטות גליליות):

$$\varphi(r) = \begin{cases} Ar^2, & r < a \\ B \ln(r) + C, & a < r < b \\ D \ln(r), & b < r \end{cases}$$

A, B, C, D נתונים.

- א. מצא קשר בין הקבועים.
ב. מצא את התפלגות המטען במרחב, כעת נתון כי עוטפים את כל המערכת בגליל אינסופי מוליך מוארק ברדיוס $c > b$.
ג. מצא את פונקציית הפוטנציאל החדשה בכל המרחב.

- (2) **שדה התלוי בזווית**
השדה החשמלי במרחב נתון ע"י הפונקציה הבאה בקואורדינטות כדוריות:

$$\vec{E} = \frac{c}{r} (\hat{r} + \cos \theta \hat{\theta} + \sin \theta \cos \varphi \hat{\phi})$$

- א. מצא את צפיפות המטען במרחב.
ב. מצא את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י אינטגרל על צפיפות המטען.
ג. מצא שוב את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע"י חישוב של השטף של השדה החשמלי ושימוש בחוק גאוס.

- (3) **התפלגות בכדוריות**
השדה החשמלי במרחב נתון לפי הפונקציה הבאה:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} -\frac{72\pi \cdot 10^5 (N \cdot \frac{m}{C})}{r} \hat{r}, & r < 1 \\ -\frac{144\pi \cdot 10^5 (N \cdot \frac{m^2}{C})}{r^2} \hat{r}, & r > 1 \end{cases}$$

- הקואורדינטות כדוריות.
מצאו את התפלגות המטען במרחב ותארו את המבנה שלה.

תשובות סופיות:

(1) ראה סרטון.

$$\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{\epsilon_0 c}{r^2} \left(1 - \frac{\sin \theta}{\sin \varphi} + \frac{\sin \theta \cos 2\varphi}{\sin \varphi} \right) \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$4\pi\epsilon_0 cR \quad \text{ב.}$$

$$4\pi\epsilon_0 cR \quad \text{ג.}$$

$$\sigma(r=1) = -2 \cdot 10^{-4} \frac{c}{m^2}, \quad \rho(r) = \begin{cases} -\frac{2 \cdot 10^{-4} \left(\frac{c}{m} \right)}{r^2} & r < 1 \\ 0 & 1 < r \end{cases} \quad (3)$$

המבנה הוא כדור ברדיוס 1 מטר המלא בצפיפות המטען נפחית ועטוף במעטפת בעלת צפיפות המטען המשטחית.